

| | | | | | | | |
|----|---------|----|------|-----|----------|----|----|
| 科目 | 数学・応用数学 | 分野 | 微分積分 | 1枚目 | 受験 番号 | 小計 | 合計 |
| | | | | 2枚中 | | | |

1

関数 $f(x) = \sqrt{x} \log(\sqrt{x} + 1)$ を微分せよ。(5点)

2

極限值 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{\pi}{2} - \text{Tan}^{-1}x}$ を求めよ。(5点)

3

次の積分をせよ。(5点×2)

(1) $\int \sin^4 x \cos x dx$

(2) $\int_0^1 (x^2 + 1)e^x dx$

| | | | | | | | |
|----|---------|----|------|-----|----------|----|----|
| 科目 | 数学・応用数学 | 分野 | 微分積分 | 2枚目 | 受験 番号 | 小計 | 合計 |
| | | | | 2枚中 | | | |

4

関数 $f(x, y) = \frac{x}{x+y^2}$ を偏微分して $\frac{\partial}{\partial x}f(x, y)$ と $\frac{\partial}{\partial y}f(x, y)$ を求めよ。(10点)

5

三つの不等式 $x \geq 0$ 、 $y \geq 0$ 、 $x^2 + y^2 \leq 4$ をすべて満たす領域を D とする。

二重積分 $\iint_D (x^2 + xy - y^2) dx dy$ を求めよ。(10点)

| | | | | | | | |
|----|---------|----|------|-----|----------|----|----|
| 科目 | 数学・応用数学 | 分野 | 線形代数 | 1枚目 | 受験 番号 | 小計 | 合計 |
| | | | | 2枚中 | | | |

1

行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ の行列式 $|A|$ を求めよ。また A の逆行列を求めよ。
 (行列式 S 系 3 点 K 系 5 点、逆行列 S 系 4 点 K 系 5 点)

| | | | | | | | | | | |
|----|---------|----|------|-----|----------|--|----|--|----|--|
| 科目 | 数学・応用数学 | 分野 | 線形代数 | 2枚目 | 受験 番号 | | 小計 | | 合計 | |
| | | | | 2枚中 | | | | | | |

2

行列 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ の固有値と固有ベクトルを求めよ。(S系8点 K系10点)

| | | | | | | | |
|----|---------|----|-------|-----|----------|----|----|
| 科目 | 数学・応用数学 | 分野 | 微分方程式 | 1枚目 | 受験 番号 | 小計 | 合計 |
| | | | | 2枚中 | | | |

1

次の微分方程式を解け。(S系4点×2, K系5点×2)

(1) $xyy' = x^2 + xy + y^2$

(2) $4y'' - 4y' + y = 0$

| | | | | | | | |
|----|---------|----|-------|-----|----------|----|----|
| 科目 | 数学・応用数学 | 分野 | 微分方程式 | 2枚目 | 受験 番号 | 小計 | 合計 |
| | | | | 2枚中 | | | |

2

次の微分方程式の特殊解を与えられた初期条件の下でもとめよ。

(1) $y' \cos x = (y + 1) \sin x$ ($x = 0$ のとき $y = 0$) (S系4点, K系5点)

(2) $y'' - 3y' + 2y = 6e^{3x}$ ($x = 0$ のとき $y = 2, y' = 6$) (S系3点, K系5点)

| | | | | | | | |
|----|---------|----|-------|-----|----------|--------|--------|
| 科目 | 数学・応用数学 | 分野 | 確率と統計 | 1枚目 | 受験 番号 | 小 計 | 合 計 |
| | | | | 1枚中 | | | |

次の1と2を両方とも解答せよ。（配点[S系]：1 8点2 7点； [K系]：1 10点2 10点）

1 X の確率密度関数 $f(x)$ が

$$f(x) = \begin{cases} 2x & (0 \leq x \leq 1 \text{ のとき}) \\ 0 & (\text{その他の } x \text{ のとき}) \end{cases}$$

で与えられるとき、 X の平均、分散、標準偏差を求めよ。

2 [正規分布表から得られる数値 1.65, 1.96, 2.33, 2.58 のいずれを使用すること.]

正規母集団 $N(\mu, 128)$ から無作為抽出した大きさ 200 の標本の平均値が 70.0 であった。 μ の 99% 信頼区間を求めよ。（ただし、標本分布から推定の計算に至る過程が分かる記述にすること。）

| | | | | | | | |
|----|---------|----|--------|-----|----------|--------|--------|
| 科目 | 数学・応用数学 | 分野 | ベクトル解析 | 1枚目 | 受検 番号 | 小 計 | 合 計 |
| | | | | 1枚中 | | | |

次の①と②を両方とも解答せよ。(配点[S系]:① 8点② 7点; [K系]:① 10点② 10点)

- ① (a) スカラー場 $\varphi = 3x^3y - xy^3 + xyz^2$ について, その勾配 $\nabla\varphi$ とラプラシアン $\nabla^2\varphi$ を求めよ.
 (b) 次のベクトル場 \mathbf{A} の発散 $\nabla \cdot \mathbf{A}$ を求めよ. $\mathbf{A} = xy^2\mathbf{i} + \log(y^2 + z^2)\mathbf{j} + \sin xz\mathbf{k}$
 (c) 次のベクトル場 \mathbf{A} の回転 $\nabla \times \mathbf{A}$ を求めよ. $\mathbf{A} = e^x\mathbf{i} + e^{xy}\mathbf{j} + e^{xyz}\mathbf{k}$
- ② ベクトル場 $\mathbf{A} = 2y\mathbf{i} + x\mathbf{j} - 8x^2z\mathbf{k}$ について, 次の曲線 C に沿っての線積分

$$\int_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$$

を求めよ. ここで, C は点 $P(1, 0, -1)$ を始点, 点 $Q(0, 2, 0)$ を終点とする線分である.

| | | | | | | | |
|----|---------|----|------|-----|----------|--------|--------|
| 科目 | 数学・応用数学 | 分野 | 複素関数 | 1枚目 | 受検 番号 | 小 計 | 合 計 |
| | | | | 1枚中 | | | |

次の[1]と[2]を両方とも解答せよ。(配点[S系]: [1] 8点 [2] 7点; [K系]: [1] 10点 [2] 10点)

[1] コーシーの積分表示を利用して, 次の積分(1)(2)を求めよ. ただし, C は円 $|z-i|=3$ とする.

$$(1) \int_C \frac{1}{e^z(z-\pi i)^2} dz \qquad (2) \int_C \frac{e^{\pi z}}{z^2-3iz} dz$$

[2] コーシー・リーマンの方程式を利用して, 次の関数が正則であることを示し, 導関数を求めよ.

$$w = \cos(z+1)$$

ただし, 三角関数の加法定理と $\cos(iz) = \cosh z$, $\sin(iz) = i \sinh z$ の関係を利用してよい.

| | | | | | | | |
|----|---------|----|-------------------|-----|----------|--------|--------|
| 科目 | 数学・応用数学 | 分野 | フーリエ級数・ ラプラス変換 | 1枚目 | 受検 番号 | 小 計 | 合 計 |
| | | | | 1枚中 | | | |

次の[1]と[2]を両方とも解答せよ。（配点[S系]：[1] 8点[2] 7点； [K系]：[1] 10点[2] 10点）

[1] 次の関数のフーリエ正弦級数を求めよ。 $f(x)$ を周期 2π の奇関数に拡張して考えること。

(1) $f(x) = 2 \quad (0 \leq x \leq \pi)$ (2) $f(x) = \frac{1}{2}(\pi - x) \quad (0 \leq x \leq \pi)$

[2] ラプラス変換を利用して、次の微分方程式を[]内の初期条件のもとで解け。ただし $\mathcal{L}y(t) = Y(s)$ とする。
 $y'' + 4y' + 4y = te^{-2t} \quad [y(0) = 0, y'(0) = 1]$