

科目	数学	1 枚目	受験 番号	総 得 点	小 計
		2 枚中			

1. 2次関数  $y = x^2 + 2ax + b$  の頂点の  $y$  座標が5で、点  $(4, 5)$  を通るとき、定数  $a, b$  の値を求めよ。(15点)

$$y = (x + a)^2 - a^2 + b. \quad \text{頂点の座標は } (-a, -a^2 + b) \text{ よって } -a^2 + b = 5 \dots \textcircled{1}$$

点  $(4, 5)$  を通るから  $5 = 16 + 8a + b$  より  $b = -8a - 11 \dots \textcircled{2}$ . これを①に代入して  
よって  $-a^2 - 8a - 11 = 5$  より  $(a + 4)^2 = 0$ ,  $a = -4$ . ②より  $b = 21$

$$\text{答 } a = -4, b = 21$$

2. 2次関数  $y = x^2 + 2kx + 1$  が直線  $y = -x - 2k$  と共有点をもたないときの  $k$  の値の範囲を求めよ。(15点)

$$\begin{cases} y = x^2 + 2kx + 1 \\ y = -x - 2k \end{cases} \rightarrow x^2 + (2k + 1)x + 2k + 1 = 0 \quad \text{共有点をもたないから}$$

$$D = (2k + 1)^2 - 4(2k + 1) < 0 \text{ よって } 4k^2 - 4k - 3 < 0$$

$$\therefore (2k + 1)(2k - 3) < 0 \quad \text{答 } -\frac{1}{2} < k < \frac{3}{2}$$

3.  $\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{6}$  のとき  $\sin^2 \theta \cos \theta + \sin \theta \cos^2 \theta$  の値を求めよ。(15点)

$$\sin^2 \theta \cos \theta + \sin \theta \cos^2 \theta = \sin \theta \cos \theta (\sin \theta + \cos \theta) = \frac{1}{6} (\sin \theta + \cos \theta).$$

$$(\sin \theta + \cos \theta)^2 = \sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \text{ よって } \sin \theta + \cos \theta = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{答 } \pm \frac{1}{3\sqrt{3}} = \pm \frac{\sqrt{3}}{9}$$

4. 男子5人、女子4人の中から4人を選ぶとき、女子が少なくとも1人は選ばれるような選び方は何通りあるか答えよ。(15点)

男女関係なく選ぶ選び方は  ${}^9C_4 = 126$ (通り), 男子だけが選ばれる選び方は  ${}^5C_4 = 5$ (通り).

$$\text{よって } 126 - 5 = 121 \quad \text{答 } 121 \text{ 通り}$$

$$(\text{別解}) {}_4C_1 \cdot {}_5C_3 + {}_4C_2 \cdot {}_5C_2 + {}_4C_3 \cdot {}_5C_1 + {}_4C_4 \cdot {}_5C_0 = 40 + 60 + 20 + 1 = 121 \quad \text{答 } 121 \text{ 通り}$$

5. 5枚のコインを同時に投げたとき、表の方が裏より多く出る確率を求めよ。(15点)

$$\text{表が3枚出る確率は } {}_5C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{5}{16}.$$

$$\text{表が4枚出る確率は } {}_5C_4 \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{5}{32}.$$

$$\text{表が5枚出る確率は } {}_5C_5 \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}.$$

$$\text{よって求める確率は } \frac{5}{16} + \frac{5}{32} + \frac{1}{32} = \frac{1}{2} \quad \text{答 } \frac{1}{2}$$

科目	数学	2 枚目	受検 番号		総 得 点		小 計	
		2 枚中						

6. 2点  $A(1, -5)$ ,  $B(3, 1)$  について、線分  $AB$  の垂直二等分線と直線  $y = 2x + 1$  の交点の座標を求めよ。(15点)

線分  $AB$  の傾きは  $\frac{1 - (-5)}{3 - 1} = 3$ . よって垂直二等分線の傾きは  $-\frac{1}{3}$ . 線分  $AB$  の中点

$(\frac{1+3}{2}, \frac{-5+1}{2}) = (2, -2)$  を通るから垂直二等分線の方程式は  $y = -\frac{1}{3}x - \frac{4}{3}$ ,

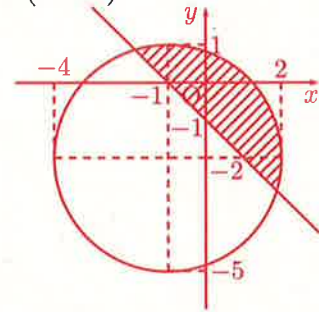
よって  $\begin{cases} y = -\frac{1}{3}x - \frac{4}{3} \\ y = 2x + 1 \end{cases}$  より  $x = -1, y = -1$  答  $(-1, -1)$

7. 連立不等式  $\begin{cases} x^2 + y^2 < -2x - 4y + 4 \\ x + y + 1 > 0 \end{cases}$  の表す領域を図示せよ。(15点)

第1式より  $(x+1)^2 + (y+2)^2 < 9$  (円の内部)

第2式より  $y > -x + 1$  (直線の上側)

よって 答は右図の斜線部分、ただし境界線を含まない



8. 方程式  $\log_3(2x^2 - 4) = \log_3(x + 2) + \log_3(x - 1)$  を解け。(15点)

真数条件より  $2x^2 - 4 > 0, x + 2 > 0, x - 1 > 0$ . よって  $x > \sqrt{2} \dots$  ①

$\log_3(2x^2 - 4) = \log_3((x + 2)(x - 1))$  より  $2x^2 - 4 = (x + 2)(x - 1)$

$\therefore x^2 - x - 2 = 0, (x - 2)(x + 1) = 0$  よって  $x = 2, -1$  ①より  $x = 2$

答  $x = 2$

9. 方程式  $4^x - 5 \times 2^{x+1} + 16 = 0$  を解け。(15点)

$4^x = (2^x)^2, 2^{x+1} = 2 \cdot 2^x$  より  $2^x = X$  とおくと

$X^2 - 10X + 16 = 0$  (ここまでに8点)  $\therefore (X - 2)(X - 8) = 0, X = 2, 8$

よって  $2^x = 2, 8$ .  $\therefore$  答  $x = 1, 3$

10.  $0 \leq x < 2\pi$  のとき方程式  $\sin 2x = \cos x$  を解け。(15点)

2倍角の公式より  $2 \sin x \cos x = \cos x$ .  $\therefore 2 \sin x \cos x - \cos x = 0$

よって  $\cos x(2 \sin x - 1) = 0$ .  $\therefore \cos x = 0$ , または  $\sin x = \frac{1}{2}$

よって 答  $x = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5}{6}\pi, \frac{3}{2}\pi$