平成２８年度　岐阜工業高等専門学校編入学者選抜検査

科目	数　学	1枚目 / 2枚中	受検番号		総得点		小計	

1. 2次関数 $y = x^2 - 2ax + b\ (-1 \leqq x \leqq 5)$ の最大値が 14, 最小値が -2 のとき, 定数 a, b の値を求めよ. ただし, $2 \leqq a \leqq 5$ とする. (15 点)

$y = (x-a)^2 - a^2 + b$.　$2 \leqq a \leqq 5$ より $x = a$ のとき最小値. よって $-a^2 + b = -2 \cdots ①$

また $2 \leqq a \leqq 5$ より $x = -1$ のとき $y = 1 + 2a + b$ で, これが最大値となるから

$1 + 2a + b = 14$ よって $b = 13 - 2a \cdots ②$. これを①に代入して $-a^2 + 13 - 2a = -2$.

$(a+5)(a-3) = 0,\ a = -5, 3$. $2 \leqq a \leqq 5$ より $a = 3$.　②より $b = 7$

答 $(a, b) = (3, 7)$　(a, b どちらか一方が正解なら 8 点, ①または②式で 8 点)

2. 2次関数 $y = x^2 - kx - 2$ が直線 $y = 2x - 3k$ と接するときの k の値と接点の座標を求めよ. (15 点)　2次関数と直線の連立方程式より $x^2 - (k+2)x + 3k - 2 = 0$　接するから $D = (k+2)^2 - 4(3k-2) = 0$ よって $k^2 - 8k + 12 = (k-2)(k-6) = 0$,

$k = 2, 6$(ここまでで 8 点)

$k = 2$ のとき $x^2 - 4x + 4 = 0$ より $x = 2, y = -2$. 接点の座標は $(2, -2)$

$k = 6$ のとき $x^2 - 8x + 16 = 0$ より $x = 4, y = -10$. 接点の座標は $(4, -10)$

(座標が片方のみ正解のときは +4 点)

3. $\triangle$ABC において $b = \mathrm{CA} = 7\sqrt{2}$, $\mathrm{A} = 75^\circ$, $\mathrm{C} = 60^\circ$ とするとき, $c = \mathrm{AB}$ および $\triangle$ABC の外接円の半径 R を求めよ. (15 点)　$\mathrm{B} = 180^\circ - \mathrm{A} - \mathrm{C} = 45^\circ$. 正弦定理より $\dfrac{b}{\sin \mathrm{B}} = 2R$.

よって $\dfrac{7\sqrt{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 2R$ よって $R = 7$.　正弦定理より $\dfrac{c}{\sin \mathrm{C}} = 2R$. よって $\dfrac{c}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 14$

よって $c = 7\sqrt{3}$(R, c どちらか一方正解で 8 点)

4. 1 から 13 までの数が書かれた 13 枚のカードから 3 枚を選ぶとき, 3 枚のカードに書かれた数の和が偶数となる場合と奇数となる場合の数をそれぞれ求めよ. (15 点)

奇数のカードが 7 枚, 偶数のカードが 6 枚ある. 書かれた数の和が偶数となるのは奇数 2 枚と偶数 1 枚または偶数 3 枚のときだから ${}_7C_2{}_6C_1 + {}_6C_3 = 146$(通り)

3 枚のカードを選ぶ選び方は ${}_{13}C_3 = 286$(通り) だから

数の和が奇数となるのは $286 - 146 = 140$(通り)

答 偶数となるとき 146 通り, 奇数となるとき 140 通り　(一方が正解なら 8 点)

5. 10 本のくじがあり, 当たりは 5 本とする. A, B 2 人が A から先に交互に 2 回ずつくじを引く. このとき, A の方が当たりが多い確率を求めよ. (15 点)

A の方が当たりが多いのは当たる回数が (A, B) = (2, 1), (2, 0), (1, 0) のときである.

A が 2 回, B が 1 回のときの確率は $\dfrac{5}{10} \cdot \dfrac{4}{9} \cdot \dfrac{3}{8} \cdot \dfrac{5}{7} + \dfrac{5}{10} \cdot \dfrac{5}{9} \cdot \dfrac{4}{8} \cdot \dfrac{3}{7} = \dfrac{5}{42}$.

A が 2 回, B が 0 回のときの確率は $\dfrac{5}{10} \cdot \dfrac{5}{9} \cdot \dfrac{4}{8} \cdot \dfrac{4}{7} = \dfrac{5}{63}$.

A が 1 回, B が 0 回のときの確率は $\dfrac{5}{10} \cdot \dfrac{5}{9} \cdot \dfrac{4}{8} \cdot \dfrac{3}{7} + \dfrac{5}{10} \cdot \dfrac{4}{9} \cdot \dfrac{5}{8} \cdot \dfrac{3}{7} = \dfrac{5}{42}$.

よって求める確率は $\dfrac{5}{42} + \dfrac{5}{63} + \dfrac{5}{42} = \dfrac{20}{63}$　答 $\dfrac{20}{63}$

(上記それぞれの場合の確率が正解ならそれぞれ 4 点, 計算ミスは 3 点減点)

平成２８年度　岐阜工業高等専門学校編入学者選抜検査

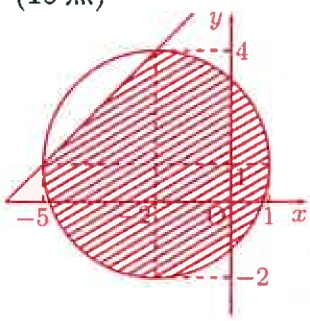
科目	数　学	2枚目 / 2枚中	受検番号		総得点		小計	

6. 2直線 $y=-2x+4$ と $x+3y+3=0$ の交点を通り，直線 $2x-y+4=0$ に平行な直線の方程式を求めよ．(15点)

$y=-2x+4$ を $x+3y+3=0$ に代入して $x+3(-2x+4)+3=0$．よって $x=3, y=-2$
2直線の交点は $(3,-2)$(ここまでで8点)．
平行条件より求める直線の方程式は $2x-y+c=0$ と表せる．交点 $(3,-2)$ を通るから
$6+2+c=0, c=-8$．よって求める直線の方程式は $\underline{2x-y-8=0}$

7. 連立不等式 $\begin{cases} x^2+y^2 \leqq -4x+2y+4 \\ x-y+6 \geqq 0 \end{cases}$ の表す領域を図示せよ．(15点)

第1式より $(x+2)^2+(y-1)^2 \leqq 9$(円の内側)
第2式より $y \leqq x+6$(直線の下側)
よって 答は右図の斜線部分，ただし境界線を含む
(円と直線のグラフでそれぞれ5点ずつ)



8. 方程式 $(\log_2 x)^2 = \log_2 16x^3$ を解け．(15点)

真数条件より $x>0 \cdots$ ①
$X=\log_2 x$ とおくと $\log_2 16x^3 = 4+3\log_2 x = 3X+4$ よって
$X^2-3X-4=(X-4)(X+1)=0, X=4,-1$(ここまでで8点)
$\therefore \log_2 x = 4, -1$ よって $x=16, \frac{1}{2}$　①より $x=16, \frac{1}{2}$
答 $\underline{x=16, \frac{1}{2}}$　(一方が正解のときは8点)

9. 方程式 $4^{x+1}-2^{x+3}=2^x-2$ を解け．(15点)

$4^{x+1}=4(2^x)^2, 2^{x+3}=8\cdot 2^x$ より $2^x=X$ とおくと
$4X^2-8X=X-2, 4X^2-9X+2=0$(ここまでで8点)
$\therefore (4X-1)(X-2)=0, X=\frac{1}{4}, 2$(ここまでで12点)
よって $2^x=\frac{1}{4}, 2$． $\therefore$ 答 $\underline{x=-2, 1}$

10. $0 \leqq x < 2\pi$ のとき方程式 $\sin 2x = \sin x + 2\cos x - 1$ を解け．(15点)

2倍角の公式より $2\sin x\cos x = \sin x + 2\cos x - 1$． $\therefore 2\sin x\cos x - \sin x - 2\cos x + 1 = 0$
よって $(\sin x - 1)(2\cos x - 1) = 0$．(ここまでで8点) $\therefore \sin x = 1$，または $\cos x = \frac{1}{2}$
(ここまでで12点) よって 答 $\underline{x=\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{5}{3}\pi}$