平成２９年度　岐阜工業高等専門学校編入学者選抜検査

科目	数　学	2 枚目 / 2 枚中	受検番号		総得点		小計	

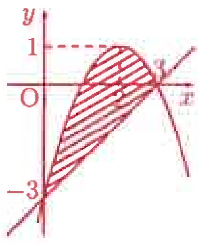
6. 点 $\mathrm{A}(2,1)$ から直線 $y=3x+5$ に垂線を引き，その交点 B の座標を求めよ．また線分 AB の長さを求めよ．(15 点)

垂線の傾き m は $3m=-1$ より $m=-\frac{1}{3}$．点 A を通るから垂線の方程式は $y-1=-\frac{1}{3}(x-2)$．

よって $y=-\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$．点 B は $\begin{cases} y=3x+5 \\ y=-\frac{1}{3}x+\frac{5}{3} \end{cases}$ より $x=-1, y=2$．よって $\underline{\mathrm{B}(-1,2)}$．

(ここまでで 8 点)．$\mathrm{AB}=\sqrt{(-1-2)^2+(2-1)^2}=\underline{\sqrt{10}}$

7. 連立不等式 $\begin{cases} x^2+y+3 \leqq 4x \\ x-y \leqq 3 \end{cases}$ の表す領域を図示せよ．(15 点)



第 1 式より $y \leqq -(x-2)^2+1$(放物線の下側)

第 2 式より $y \geqq x-6$(直線の上側)

よって 答は右図の斜線部分，ただし境界線を含む

(放物線と直線のグラフでそれぞれ 5 点ずつ)

8. 不等式 $\log_3(x+1)+\log_3(2x-3)<1+\log_3(x-1)$ を解け．(15 点)

真数条件より $x>-1, x>\frac{3}{2}, x>1$ よって $x>\frac{3}{2}\cdots$①

不等式を変形して $\log_3(x+1)(2x-3)<\log_3 3(x-1)$．よって $(x+1)(2x-3)<3(x-1)$

$2x^2-4x<0$(ここまでで 8 点)．よって $2x(x-2)<0$．$0<x<2$．

①より $\underline{\frac{3}{2}<x<2}$

(真数条件がない場合は -3 点)

9. 方程式 $9^x-3^{x+1}=3^x-3$ を解け．(15 点)

$9^x=(3^2)^x=(3^x)^2, 3^{x+1}=3\cdot 3^x$ より $3^x=X$ とおくと

$X^2-3X=X-3, X^2-4X+3=0$(ここまでで 8 点)

$\therefore (X-1)(X-3)=0, X=1,3$(ここまでで 12 点)

よって $3^x=1,3$．$\therefore$ $\underline{答\ x=0,1}$

10. $\sin\theta=\frac{1}{3}$ のとき $\sin 2\theta$ の値を求めよ．(15 点)

2 倍角の公式より $\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta$．$\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$ より $\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$．

よって $\cos\theta=\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$．よって $\sin 2\theta=2\cdot\frac{1}{3}\cdot\left(\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)=\pm\frac{4\sqrt{2}}{9}$．$\underline{答\ \sin 2\theta=\pm\frac{4\sqrt{2}}{9}}$

(2 倍角の公式で 5 点，$\cos\theta$ の値で 5 点，$\pm$ がない場合は -3 点)．

科目	数　学	1 枚目 / 2 枚中	受検番号		総得点		小計	

1. 2次関数 $y=x^2+(2a+1)x+b$ が直線 $y=x$ と接しており，点 $(2,3)$ を通るとき，定数 a,b の値を求めよ．(15 点)

$\begin{cases} y=x^2+(2a+1)x+b \\ y=x \end{cases}$ $\rightarrow x^2+2ax+b=0$. 接しているから $D=4a^2-4b=0$ より $a^2=b\cdots$①.

点 $(2,3)$ を通るから $3=4+2(2a+1)+b \rightarrow 4a+b=-3\cdots$②.　②に①を代入して

$a^2+4a+3=(a+1)(a+3)=0$ よって $a=-1,-3$. ①より $b=1,9$.

答 $(a,b)=(-1,1),(-3,9)$　(①または②式で 8 点)

2. 2次関数 $y=x^2+2kx+1$ が直線 $y=x+1-\dfrac{k}{4}$ と共有点をもつときの k の値の範囲を求めよ．(15 点)

$\begin{cases} y=x^2+2kx+1 \\ y=x+1-\dfrac{k}{4} \end{cases}$ $\rightarrow x^2+2kx+1=x+1-\dfrac{k}{4}, x^2+(2k-1)x+\dfrac{k}{4}$. 共有点をもつから

$D=(2k-1)^2-4\cdot\dfrac{k}{4}=4k^2-5k+1\geqq 0$.(ここまでで 8 点)

$(4k-1)(k-1)\leqq 0$.　$k\leqq\dfrac{1}{4}, k\geqq 1$

3. $\triangle$ABC において $c=\text{AB}=3\sqrt{3}, a=\text{BC}=5$, B $=30^\circ$ とするとき，$b=$ CA および $\triangle$ABC の面積を求めよ．(15 点)　余弦定理より $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$. よって

$b^2=(3\sqrt{3})^2+5^2-2\cdot 3\sqrt{3}\cdot 5\cos 30^\circ=27+25-30\sqrt{3}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=7$. よって $b=\sqrt{7}$.

$\triangle$ABC の面積 S は $S=\dfrac{1}{2}ca\sin B=\dfrac{1}{2}\cdot 3\sqrt{3}\cdot 5\sin 30^\circ=\dfrac{15\sqrt{3}}{4}$.

(b,S どちらか一方正解で 8 点)

4. 8 個の色の異なる球を大小 2 つの箱にすべて入れるとき，入れ方は何通りあるか．ただし，それぞれの箱に少なくとも 1 個は球を入れるものとする．また，2 つの箱に 4 個ずつ入れる入れ方は何通りあるか．(15 点)1 個ずつの球について大小どちらの箱にいれるか 2 通り．よって

$2^8=256$ 通り．それぞれの箱に 1 個も入らない場合を除いて $256-2=254$ 通り

2 つの箱に 4 個ずつ入れる入れ方は大の箱に入れる 4 個を選べばよいから

${}_8\mathrm{C}_4=\dfrac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=70$ 通り

答 入れ方 254 通り，2 つの箱に 4 個ずつ入れる入れ方 70 通り　(一方が正解なら 8 点)

5. サイコロを 3 回投げたとき，3 回のうち少なくとも 2 回は同じ目がでる確率を求めよ．(15 点)

サイコロの目の出方の総数は $6^3=216$.

すべてが互いに異なる目の出方は 1 から 6 のうちから異なる 3 つを選んで並べればよいから

${}_6\mathrm{P}_3=6\cdot 5\cdot 4=120$ 通り．よって，その確率は $\dfrac{120}{216}=\dfrac{5}{9}$.

よって求める確率は $1-\dfrac{5}{9}=\dfrac{4}{9}$.　答 $\dfrac{4}{9}$