平成２９年度　岐阜工業高等専門学校編入学者選抜検査

科目	数　学	2 枚目 / 2 枚中	受検番号		総得点		小計	

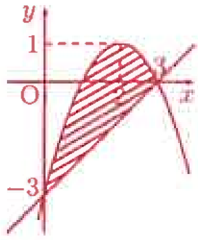
6. 点 A(2, 1) から直線 $y = 3x + 5$ に垂線を引き, その交点 B の座標を求めよ. また線分 AB の長さを求めよ. (15 点)

垂線の傾き m は $3m = -1$ より $m = -\frac{1}{3}$. 点 A を通るから垂線の方程式は $y - 1 = -\frac{1}{3}(x - 2)$.

よって $y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$. 点 B は $\begin{cases} y = 3x + 5 \\ y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3} \end{cases}$ より $x = -1, y = 2$. よって $\underline{B(-1, 2)}$.

(ここまでで 8 点). $AB = \sqrt{(-1-2)^2 + (2-1)^2} = \underline{\sqrt{10}}$

7. 連立不等式 $\begin{cases} x^2 + y + 3 \leqq 4x \\ x - y \leqq 3 \end{cases}$ の表す領域を図示せよ. (15 点)



第 1 式より $y \leqq -(x-2)^2 + 1$(放物線の下側)

第 2 式より $y \geqq x - 6$(直線の上側)

よって <u>答は右図の斜線部分, ただし境界線を含む</u>

(放物線と直線のグラフでそれぞれ 5 点ずつ)

8. 不等式 $\log_3(x+1) + \log_3(2x-3) < 1 + \log_3(x-1)$ を解け. (15 点)

真数条件より $x > -1, x > \frac{3}{2}, x > 1$ よって $x > \frac{3}{2} \cdots$ ①

不等式を変形して $\log_3(x+1)(2x-3) < \log_3 3(x-1)$. よって $(x+1)(2x-3) < 3(x-1)$

$2x^2 - 4x < 0$(ここまでで 8 点). よって $2x(x-2) < 0$. $0 < x < 2$.

①より $\underline{\frac{3}{2} < x < 2}$

(真数条件がない場合は −3 点)

9. 方程式 $9^x - 3^{x+1} = 3^x - 3$ を解け. (15 点)

$9^x = (3^2)^x = (3^x)^2, 3^{x+1} = 3 \cdot 3^x$ より $3^x = X$ とおくと

$X^2 - 3X = X - 3, X^2 - 4X + 3 = 0$(ここまでで 8 点)

$\therefore (X-1)(X-3) = 0, X = 1, 3$(ここまでで 12 点)

よって $3^x = 1, 3$. ∴ <u>答 $x = 0, 1$</u>

10. $\sin\theta = \frac{1}{3}$ のとき $\sin 2\theta$ の値を求めよ. (15 点)

2 倍角の公式より $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$. $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ より $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$.

よって $\cos\theta = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$. よって $\sin 2\theta = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) = \pm\frac{4\sqrt{2}}{9}$. <u>答 $\sin 2\theta = \pm\frac{4\sqrt{2}}{9}$</u>

(2 倍角の公式で 5 点, $\cos\theta$ の値で 5 点, ± がない場合は −3 点).

科目	数　学	1 枚目 / 2 枚中	受検番号		総得点		小計	

1. 2次関数 $y=x^2+(2a+1)x+b$ が直線 $y=x$ と接しており，点 $(2,3)$ を通るとき，定数 a,b の値を求めよ．(15 点)

$\begin{cases} y=x^2+(2a+1)x+b \\ y=x \end{cases}$ $\to x^2+2ax+b=0$. 接しているから $D=4a^2-4b=0$ より $a^2=b\cdots$①.

点 $(2,3)$ を通るから $3=4+2(2a+1)+b \to 4a+b=-3\cdots$②.　②に①を代入して

$a^2+4a+3=(a+1)(a+3)=0$ よって $a=-1,-3$. ①より $b=1,9$.

答 $(a,b)=(-1,1),(-3,9)$ (①または②式で 8 点)

2. 2次関数 $y=x^2+2kx+1$ が直線 $y=x+1-\dfrac{k}{4}$ と共有点をもつときの k の値の範囲を求めよ．(15 点)

$\begin{cases} y=x^2+2kx+1 \\ y=x+1-\dfrac{k}{4} \end{cases}$ $\to x^2+2kx+1=x+1-\dfrac{k}{4}, x^2+(2k-1)x+\dfrac{k}{4}$. 共有点をもつから

$D=(2k-1)^2-4\cdot\dfrac{k}{4}=4k^2-5k+1\geqq 0$.(ここまでで 8 点)

$(4k-1)(k-1)\leqq 0$.　$k\leqq\dfrac{1}{4}, k\geqq 1$

3. △ABC において $c=\mathrm{AB}=3\sqrt{3}, a=\mathrm{BC}=5, \mathrm{B}=30^\circ$ とするとき，$b=\mathrm{CA}$ および △ABC の面積を求めよ．(15 点)　余弦定理より $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$. よって

$b^2=(3\sqrt{3})^2+5^2-2\cdot 3\sqrt{3}\cdot 5\cos 30^\circ=27+25-30\sqrt{3}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=7$. よって $b=\sqrt{7}$.

△ABC の面積 S は $S=\dfrac{1}{2}ca\sin B=\dfrac{1}{2}\cdot 3\sqrt{3}\cdot 5\sin 30^\circ=\dfrac{15\sqrt{3}}{4}$.

(b,S どちらか一方正解で 8 点)

4. 8個の色の異なる球を大小2つの箱にすべて入れるとき，入れ方は何通りあるか．ただし，それぞれの箱に少なくとも1個は球を入れるものとする．また，2つの箱に4個ずつ入れる入れ方は何通りあるか．(15 点)1 個ずつの球について大小どちらの箱にいれるか 2 通り．よって $2^8=256$ 通り．それぞれの箱に 1 個も入らない場合を除いて $256-2=254$ 通り

2 つの箱に 4 個ずつ入れる入れ方は大の箱に入れる 4 個を選べばよいから

${}_8\mathrm{C}_4=\dfrac{8\cdot 7\cdot 6\cdot 5}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=70$ 通り

答 入れ方 254 通り，2 つの箱に 4 個ずつ入れる入れ方 70 通り　(一方が正解なら 8 点)

5. サイコロを3回投げたとき，3回のうち少なくとも2回は同じ目がでる確率を求めよ．(15 点)

サイコロの目の出方の総数は $6^3=216$.

すべてが互いに異なる目の出方は 1 から 6 のうちから異なる 3 つを選んで並べればよいから

${}_6\mathrm{P}_3=6\cdot 5\cdot 4=120$ 通り．よって，その確率は $\dfrac{120}{216}=\dfrac{5}{9}$.

よって求める確率は $1-\dfrac{5}{9}=\dfrac{4}{9}$.　答 $\dfrac{4}{9}$