基礎数学問題集の補足

p.44

123. (6) 底が $0.1<1$ なので $y=\log_{0.1}x$ は単調減少. よって $\log_{0.1}(x-2)>\log_{0.1}(4-x)$ より

$x-2<4-x \quad \therefore x<3$. 真数条件より $2<x<4$. よって $2<x<3$.

125. 真数条件に注意

(1) $2=2\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{2}=\log_{\frac{1}{2}}\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{4}$.

$\therefore 2+\log_{\frac{1}{2}}(x+2)^2=\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{4}+\log_{\frac{1}{2}}(x+2)^2=\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{(x+2)^2}{4}$

(2) $\log_2 8x^4=\log_2 8+\log_2 x^4=\log_2 2^3+4\log x=3\log_2 2+4\log_2 x=3+4\log_2 x$.

よって $X=\log_2 x$ とすると $(\log_2 x)^2+\log_2 8x^4=(\log_2 x)^2+3+4\log_2 x=X^2+3+4X$.

(3),(4) 底が $0.1<1$ なので $y=\log_{0.1}x$ は単調減少に注意.

(4) $X=\log_{\frac{1}{2}}x$ とおく.

126. 巻末の解答参照

127. 真数条件に注意

(1) 例題参照 $2\log_9(-3x+5)=2\cdot\dfrac{\log_3(-3x+5)}{\log_3 9}=\dfrac{2\log_3(-3x+5)}{\log_3 3^2}=\dfrac{2\log_3(-3x+5)}{2\log_3 3}$

$=\dfrac{2\log_3(-3x+5)}{2}=\log_3(-3x+5)$

(2) $\log_{\sqrt{2}}(2-x)=\dfrac{\log_2(2-x)}{\log_2\sqrt{2}}=\dfrac{\log_2(2-x)}{\log_2 2^{\frac{1}{2}}}=\dfrac{\log_2(2-x)}{\frac{1}{2}\log_2 2}=\dfrac{\log_2(2-x)}{\frac{1}{2}}=2\log_2(2-x)$

(3) $\log_x 4=\dfrac{\log_2 4}{\log_2 x}=\dfrac{2}{\log_2 x}$. $\quad X=\log_2 x$ とおく.

128. 例題参照 $4^x\cdot 2^y=9$ の両辺の底 2 の対数をとる. $\log_2 4^x\cdot 2^y=\log_2 9$

ここで $\log_2 4^x\cdot 2^y=\log_2 4^x+\log_2 2^y=x\log_2 4+y\log_2 2=x\log_2 2^2+y=2x\log_2 2+y=2x+y$

$\log_2 9=\log_2 3^2=2\log_2 3 \quad \therefore 2x+y=2\log_2 3$ これと第一式 $x-2y=1$ の連立方程式

129. 例題参照 $\log_2 2x=\log_2 2+\log_2 x=1+\log_2 x$. $\log_2 8x=\log_2 8+\log_2 x=3+\log_2 x$.

$t=\log_2 x$ とおくと $f(x)=(1+t)(3+t)=t^2+4t+3$. t についての 2 次関数の最小値の問題

130. $\log_4 x=\dfrac{\log_2 x}{\log_2 4}=\dfrac{\log_2 x}{\log_2 2^2}=\dfrac{\log_2 x}{2\log_2 2}=\dfrac{\log_2 x}{2}$. $\quad t=\log_2 x$ とおく.