基礎数学問題集の補足

p. 58

163. 解答参照

164. 解答参照　2 つの円の重なった部分は 2 つの円の交点を結ぶ線分によって, それぞれ弓形になる. 2 つの弓形は合同であり, その弓形の面積は扇形 (中心角 $120^\circ = \dfrac{2\pi}{3}$(ラジアン), 半径 a) の面積から (円の中心と 2 つの円の交点を結んだ) 三角形の面積の差である.

165. 解答参照. 求める側面積は 2 つの扇形の面積の差である.

$$S = \frac{1}{2}OB^2 \cdot \theta - \frac{1}{2}OA^2 \cdot \theta = \frac{1}{2}(OB^2 - OA^2)\theta = \frac{1}{2}(OB - OA)(OB + OA)\theta$$

ここで図より $OB - OA = l$. また, $OA \cdot \theta = 2\pi r_1$, $OB \cdot \theta = 2\pi r_2$ より $OA = \dfrac{2\pi r_1}{\theta}$, $OB = \dfrac{2\pi r_2}{\theta}$

よって $OB + OA = \dfrac{2\pi r_2}{\theta} + \dfrac{2\pi r_1}{\theta} = \dfrac{2\pi(r_2 + r_1)}{\theta}$. $r_1 + r_2 = 2r_0$ だから $OB + OA = \dfrac{4\pi r_0}{\theta}$.

これらを上の式に代入すればよい.

166. 例題参照. $\sin^3\theta + \cos^3\theta = (\sin\theta + \cos\theta)(\sin^2\theta - \sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta)$

$\cos^4\theta + \sin^4\theta = (\cos^2\theta + \sin^2\theta)^2 - 2\cos^2\theta\sin^2\theta$. を用いる.

168. 例題参照. 例題で (1) の解 $X = \dfrac{\pi}{6}, \dfrac{5}{6}\pi$ とならず, $\dfrac{5}{6}\pi, \dfrac{13}{6}\pi$ となるのは, X の範囲が $\dfrac{\pi}{4} \leqq X \leqq \dfrac{9}{4}\pi$ であり,

$\dfrac{\pi}{6} < \dfrac{\pi}{4} < \dfrac{\pi}{6} + 2\pi = \dfrac{13}{6}\pi < \dfrac{9}{4}\pi$ であるからである.

169. 解答参照. 解答の (2) で $-1 \leqq t \leqq 1$ とあるのは $t = \sin x$ による.

171. 解答参照. 2 つの不等式はそれぞれ不等号を等号に置き換えた方程式の解と単位円やグラフを用いて解く.

連立不等式の解はそれぞれの解の交わったところ (両方の方程式を満たすところ)

(2) 1 つ目の不等式について　不等式は両辺に負の数を掛けたり. 割ったりすると不等号が逆になる

(教科書の 2 章 § 2, 問題集 p.20 不等式の基本性質参照). よって $\cos x$ の正, 0, 負によって場合わけをする.

$\cos x > 0$ の場合には $\cos x > 0$ と $\tan x > 1$ の解の交わったところ,

$\cos x = 0$ の場合には $\cos x = 0$ と $\sin x > 0$ の解の交わったところ,

$\cos x < 0$ の場合には $\cos x < 0$ と $\tan x < 1$ の解の交わったところがそれぞれの解となり,

最後に 3 つを合わせて, 1 つ目の不等式の解をえる.