

第3章 § 2 いろいろな関数

p.99 練習問題 2-A

1. (1)  $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$  とおくと  $f(-x) = \frac{-x}{(-x)^2+1} = -\frac{x}{x^2+1} = -f(x)$  よって奇関数  
 (2)  $f(x) = x^4 - 5x^2$  とおくと  $f(-x) = (-x)^4 - 5(-x)^2 = x^4 - 5x^2 = f(x)$  よって偶関数  
 (3)  $f(x) = x^6 - 2x^3$  とおくと  $f(-x) = (-x)^6 - 2(-x)^3 = x^6 + 2x^3 \neq f(x)$ . また  $-f(x) = -(x^6 - 2x^3) = -x^6 + 2x^3$   
 より  $f(-x) \neq -f(x)$  よって奇関数でも偶関数でもない  
 (4)  $f(x) = |x|$  とおくと  $f(-x) = |-x| = |x| = f(x)$  よって偶関数

2. (1)  $x+1=0 \rightarrow x=-1$   
 より  $y=x^3$  のグラフを  
 $x$  軸方向に  $-1$ ,  
 $y$  軸方向に  $-2$   
 平行移動。

(2)  $x-1=0 \rightarrow x=1$   
 より  $y=-x^4$  のグラフを  
 $x$  軸方向に  $1$ ,  
 $y$  軸方向に  $2$   
 平行移動。

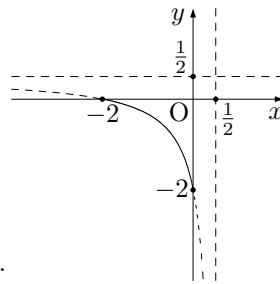
(3)  $y = \frac{1-x}{x+1} = \frac{2}{x+1} - 1$   
 漸近線  
 $x+1=0$  より  $x=-1$   
 $\frac{2}{x+1}$  をとって  $y=-1$

(4)  $y = \frac{x}{2-x} = \frac{-2}{x-2} - 1$   
 漸近線  
 $x-2=0$  より  $x=2$   
 $\frac{-2}{x-2}$  をとって  $y=-1$

(5)  $-3x+6=0 \rightarrow x=2$   
 $x=2$  のとき  $y=1$   
 $\rightarrow (2,1)$  が出発点  
 $x=-1$  のとき  $y=4$

(6)  $x+1=0 \rightarrow x=-1$   
 $x=-1$  のとき  $y=3$   
 $\rightarrow (-1,3)$  が出発点  
 $x=0$  のとき  $y=5$

3.  $y = \frac{x+2}{2x-1} = \frac{\frac{5}{2}}{2x-1} + \frac{1}{2}$  漸近線  $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}$   
 グラフより値域は  $-2 \leq y \leq 0$



4.  $y = \frac{ax+b}{2x+1} = \frac{b-\frac{a}{2}}{2x+1} + \frac{a}{2}$  より漸近線は  $x = -\frac{1}{2}, y = \frac{a}{2}$ .

問題文より漸近線が  $y=2$  だから  $\frac{a}{2} = 2$ . よって  $a=4$

点  $(-1, 1)$  を通るので  $1 = \frac{-a+b}{-2+1}$ .  $b = a-1$ .  $a=4$  より  $b=3$

5. グラフより  $x=a$  のとき  $y=2$  よって  
 $2 = \sqrt{2a-6} \therefore 4 = 2a-6 \therefore a=5$

6. (1)  $-ax = -y + b \therefore x = \frac{y-b}{a} \therefore y = \frac{x-b}{a}$

$$(2) -x^2 = -y - 2 \therefore x^2 = y + 2. x \leq 0 \text{ より } x = -\sqrt{y+2} \therefore y = -\sqrt{x+2}$$

$$(3) (x+b)y = a \therefore x+b = \frac{a}{y} \therefore x = \frac{a}{y} - b \therefore y = \frac{a}{x-b}$$

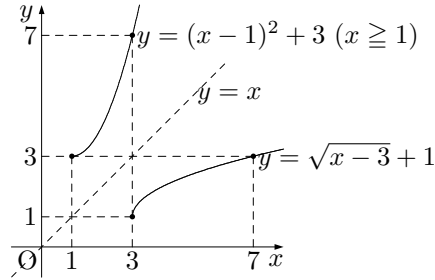
$$(4) (x+3)y = x-1 \therefore xy+3y = x-1 \therefore xy-x = -3y-1 \therefore (y-1)x = -3y-1 \therefore x = \frac{-3y-1}{y-1} \therefore y = \frac{-3x-1}{x-1}$$

$$7. -(x-1)^2 = -y+3 \therefore (x-1)^2 = y-3.$$

$x \geq 1$  より  $x-1 \geq 0$  だから

$$x-1 = \sqrt{y-3} \therefore x = \sqrt{y-3} + 1$$

$$\therefore y = \sqrt{x-3} + 1$$



p.100 練習問題 2-B

$$1. y = \frac{ax+b}{x+c} = \frac{b-ac}{x+c} + a \text{ より漸近線は } x = -c, y = a.$$

問題文より漸近線が  $x = -1, y = 2$  だから  $-c = -1, a = 2$  よって  $a = 2, c = 1$

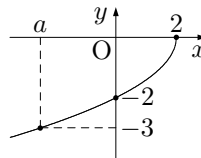
原点を通るから  $0 = \frac{b}{c}$  よって  $b = 0$

$$2. x \text{ 軸方向に } -3, y \text{ 軸方向に } 1 \text{ 平行移動したグラフの方程式は } y = \sqrt{k(x+3)} + 1. \text{ これが } (-11, 5) \text{ を通るから}$$

$$5 = \sqrt{k(-11+3)} + 1 \therefore 4 = \sqrt{-8k} \therefore 16 = -8k \therefore k = -2$$

3. 問題文をグラフに表すと右のようになるから

$$-3 = -\sqrt{4-2a} \therefore 9 = 4-2a \therefore a = -\frac{5}{2}$$



$$4. \text{ 逆関数を求めると } (2x+k)y = x-1 \therefore 2xy+ky = x-1 \therefore 2xy-x = -ky-1$$

$$\therefore (2y-1)x = -ky-1 \therefore x = \frac{-ky-1}{2y-1} \therefore y = \frac{-kx-1}{2x-1}$$

よって  $k = -1$

$$5. y = \frac{ax+b}{x-3} \text{ とおくと } (x-3)y = ax+b \therefore xy-3y = ax+b \therefore xy-ax = 3y+b$$

$$\therefore (y-a)x = 3y+b \therefore x = \frac{3y+b}{y-a} \text{ よって } g(x) = \frac{3x+b}{x-a}$$

$$f(2) = 1, g(3) = 4 \text{ より } 1 = \frac{2a+b}{2-3}, 4 = \frac{9+b}{3-a} \text{ よって } 2a+b = -1, 4a+b = 3$$

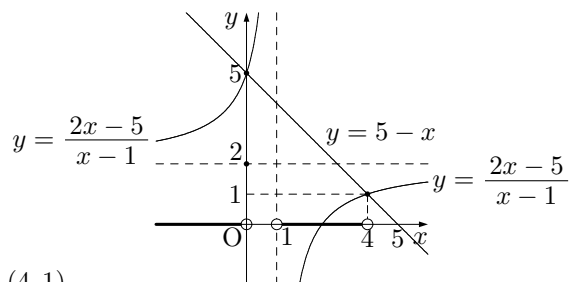
これを解いて  $a = 2, b = -5$

$$6. (1) y = \frac{2x-5}{x-1} = \frac{-3}{x-1} + 2 \text{ 漸近線 } x = 1, y = 2$$

$$(2) \begin{cases} y = \frac{2x-5}{x-1} \\ y = 5-x \end{cases} \text{ より } \frac{2x-5}{x-1} = 5-x$$

$$\therefore 2x-5 = (5-x)(x-1) = -x^2+6x-5$$

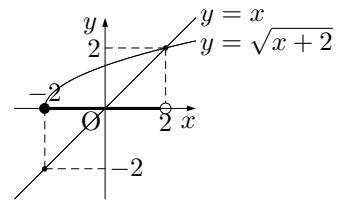
$$\therefore x^2-4x = 0 \text{ よって } x = 0, 4, y = 5, 1 \therefore (0, 5), (4, 1)$$



(3) 双曲線 (分数関数) が直線下にある  $x$  の範囲は  $x < 0, 1 < x < 4$

7. (1)  $\begin{cases} y = \sqrt{x+2} \\ y = x \end{cases}$  より交点  $(2, 2)$  を求める.

無理関数のグラフが直線より上にある  $x$  の範囲は  $-2 \leq x < 2$



(2)  $\begin{cases} y = \frac{4}{x-3} \\ y = x \end{cases}$  より交点  $(4, 4), (-1, -1)$  を求める.

分数関数のグラフが直線より上にある  $x$  の範囲は  $x < -1, 3 < x < 4$

